Présentation Projet Fonctionnel

Marwan AZIZI et Augustin LUCAS

Introduction

Pieuvre, un assistant de preuve pour la logique intuitionniste

Introduction

Pieuvre, un assistant de preuve pour la logique intuitionniste

Prouvable

$$A \to B \to (A \land B)$$

Pas prouvable

$$\neg\neg A \to A$$

Comment ça marche

Par la correspondance de Curry-Howard

Preuve $\Leftrightarrow$ programme du λ-calcul simplement typé

lambda-calcul

les types sont donnés par

```
<A, B> ::= X
| A -> B
| A /\ B
| A \/ B
| false
```

On peut avoir les λ-termes suivants:

```
fun (x:A)=> x
fun (x:A)=> exf(x:B)
```

Tactiques

Commandes:

`Goal`

`Undo`

`Qed`

Tactiques:

`exact`

`assumption`

`destruct`

`intros`

`intro`

`cut`

`apply`

`left`

`right`

`split`

Exemple

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Preuve:

?

Interface:

```
(A -> B -> C)-> A -> B -> C
```

```
==============================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
```

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Preuve:

$$fun\,(x_0 : (A \to (B \to C))) \Rightarrow fun\,(x_1 : A) \Rightarrow fun\,(x_2 : B) \Rightarrow \textcolor{red}{?}$$

Interface:

```
H2 : B
H1 : A
H0 : A -> B -> C

C
```

```
=============================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
intros.
```

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Preuve:

$$fun\,(x_0 : (A \to (B \to C))) \Rightarrow fun\,(x_1 : A) \Rightarrow fun\,(x_2 : B) \Rightarrow (x_0\ {\color{red}?}\ ?)$$

Interface:

```
H2 : B
H1 : A
H0 : A -> B -> C




A

============================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
intros.
apply H0.
```

Prouvons $(A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$

Preuve:

$fun\,(x_0 : (A \rightarrow (B \rightarrow C))) \Rightarrow fun\,(x_1 : A) \Rightarrow fun\,(x_2 : B) \Rightarrow (x_0\, x_1\, ?)$

Interface:

```
H2 : B
H1 : A
H0 : A -> B -> C



B



============================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
intros.
apply H0.
exact H1.
```

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Preuve:

$$fun\,(x_0 : (A \to (B \to C))) \Rightarrow fun\,(x_1 : A) \Rightarrow fun\,(x_2 : B) \Rightarrow (x_0\, x_1\, x_2)$$

Interface:

```
H2 : B
H1 : A
H0 : A -> B -> C
```

```
No more goals.
============================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
intros.
apply H0.
exact H1.
exact H2.
```

Prouvons $(A \to B \to C) \to A \to B \to C$

Preuve:

$$fun\,(x_0 : (A \to (B \to C))) \Rightarrow fun\,(x_1 : A) \Rightarrow fun\,(x_2 : B) \Rightarrow (x_0\, x_1\, x_2)$$

Interface:

```
===========================
Goal (A -> B -> C)-> A -> B -> C.
intros.
apply H0.
exact H1.
exact H2.
```

Fiabilité

- Comment être sûrs de nos preuves ?

Fiabilité

- Comment être sûrs de nos preuves ?
- Envoyer nos termes de preuves à **Coq**.